

Tutorium zur Vorlesung „Grundlagen der Mathematik I“

1. Alissa hat eine Tüte mit roten, gelben, grünen, weißen und orangen Gummibärchen, von jeder Farbe mindestens fünf Stück. Sie greift einmal mit geschlossenen Augen hinein und nimmt fünf Bärchen heraus. Anschließend schaut sie in ihrem Orakelbuch nach, was die gezogene Farbkombination (z.B. 2 rote, 3 gelbe Bärchen) für ihre Zukunft bedeutet.
 - a) Auf jeder Seite des Orakelbuches wird genau eine Farbkombination behandelt. Wieviele Seiten hat das Buch?
 - b) Wie viele Möglichkeiten gibt es für folgende Kombinationen:
 - i) Eine rein einfarbige Kombination.
 - ii) Eine Kombination mit zweimal zwei gleichfarbigen Bärchen.
 - iii) Eine Kombination mit genau zwei gelben Bärchen.
2.
 - a) 20 Personen verabschieden sich voneinander mit Händedruck. Jeder geht alleine nach Hause. Wie oft werden dabei die Hände gedrückt?
 - b) 15 Ehepaare verabschieden sich voneinander mit Händedruck und gehen paarweise (d.h. jedes Ehepaar für sich) nach Hause. Wie oft werden dabei die Hände gedrückt?
 - c) Die 15 Ehepaare verabschieden sich folgendermaßen: die Herren von den Herren mit Händedruck, die Damen von den Damen mit Küßchen auf beide Wangen, die Damen von den Herren mit Händedruck und Küßchen auf die rechte Wange. Die Ehepaare gehen wieder paarweise nach Hause. Wieviele Küßchen werden gegeben? Wie oft werden die Hände gedrückt?

3. Gegeben seien die beiden Permutationen

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 5 & 1 & 3 & 7 & 8 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 7 & 5 & 8 & 3 & 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

- a) Berechnen Sie $\sigma \circ \tau$ und $\tau \circ \sigma$ sowie die Inversen σ^{-1} und τ^{-1} .
 - b) Bestimmen Sie Permutationen $\alpha, \beta \in S_8$ mit $\sigma \circ \alpha = \tau$ und $\beta \circ \sigma = \tau$.
 - c) Stellen Sie σ und τ als Produkte von disjunkten Zyklen sowie als Produkte von Transpositionen dar.
 - d) Bestimmen Sie $\text{sign}(\sigma)$ und $\text{sign}(\tau)$.
4. Gegeben seien die Permutationen

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 6 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix} \in S_6.$$

- a) Berechnen Sie $\sigma \circ \tau$ und $\tau \circ \sigma$ sowie die Inversen σ^{-1} und τ^{-1} .
- b) Bestimmen Sie die Potenzen σ^n und τ^n für alle $n \in \mathbb{N}$, sowie die Ordnung von σ und von τ .